Corrigé exercice 9

RÉACTEURS OUVERTS PARFAITEMENT AGITÉS EN SÉRIE

1) Pendant un intervalle de temps dt, la quantité de matière de A à l'intérieur d'un étage i :

- augmente de $\mathrm{d}n_E = [\mathrm{A}]_{i-1}\mathrm{d}V_E$, qui est la quantité qui entre dans l'étage ($\mathrm{d}V_E$ étant le volume entrant dans l'étage i) ;

- diminue de $\mathrm{d}n_S = [\mathrm{A}]_i\mathrm{d}V_E$, qui est la quantité qui sort de l'étage (on considère que le volume $\mathrm{d}V_E$ sortant de l'étage, est le même que le volume entrant, ce qui est vrai si on considère que le solvant représente l'essentiel du volume) ;

- diminue également de la quantité qui a réagi selon la réaction A → produits, dont on nous indique que l'ordre est 1 (vitesse $v = k[\mathrm{A}]_i$), donc $\mathrm{d}n_{réagi} = Vk[\mathrm{A}]_i\mathrm{d}t$

En résumé :

$$\mathrm{d}n_A = +[\mathrm{A}]_{i-1}\mathrm{d}V_E - [\mathrm{A}]_i\mathrm{d}V_E - Vk[\mathrm{A}]_i\mathrm{d}t$$

En régime permanent, les concentrations restent constantes dans chaque étage, donc $\mathrm{d}n_A = 0$.
Si on divise par dt et qu'on remarque que le débit est $D = \frac{\mathrm{d}V_E}{\mathrm{d}t}$, alors la relation précédente devient :

$$0 = D([\mathrm{A}]_{i-1} - [\mathrm{A}]_i) - Vk[\mathrm{A}]_i$$

Soit :

$$\boxed{[\mathrm{A}]_i = \frac{[\mathrm{A}]_{i-1}}{1 + k\frac{V}{D}}}$$

$\tau = \frac{V}{D} = 5$ min s'appelle le **temps de passage** du solvant dans un étage. C'est la durée moyenne que met un volume donné de solvant pour traverser un étage du réacteur.

2) On établit que, pour une réaction A → produits d'ordre 1, le temps de demi-réaction (fourni dans l'énoncé) est lié à la constante cinétique par :

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}$$

La relation de la question 1 s'écrit donc :

$$[\mathrm{A}]_i = \frac{[\mathrm{A}]_{i-1}}{1 + \frac{\tau}{t_{1/2}}\ln 2}$$

Par conséquent, à la sortie d'un étage, la concentration est multipliée par $\frac{1}{1+\frac{\tau}{t_{1/2}}\ln 2}$ par rapport à la concentration d'entrée. Donc après N étages, la concentration finale sera :

$$[\mathrm{A}]_f = [\mathrm{A}]_0 \times \frac{1}{\left(1 + \frac{\tau}{t_{1/2}}\ln 2\right)^N}$$

On veut que le taux de conversion globale soit de 0,8, autrement dit qu'il ne reste que 1/5 de la quantité de A initiale. On résout donc :

$$\left(1 + \frac{\tau}{t_{1/2}}\ln 2\right)^N = 5$$

On passe au ln et on obtient :

$$\boxed{\text{Pour un taux de conversion de 0,8, il faut } N = \frac{\ln 5}{\ln\left(1+\frac{\tau}{t_{1/2}}\ln 2\right)} = 7 \text{ étages.}}$$

3) Avec un seul étage, la relation serait :

$$[\mathrm{A}]_f = \frac{[\mathrm{A}]_0}{1 + \frac{\ln 2}{t_{1/2}}\frac{V'}{D}}$$

On doit donc résoudre :

$$1 + \frac{\ln 2}{t_{1/2}}\frac{V'}{D} = 5$$

Si le réacteur n'avait qu'un étage, il devrait être de volume :

$$\boxed{V' = \frac{4Dt_{1/2}}{\ln 2} = 750 \text{ L}}$$

Un tel réacteur serait très encombrant, pèserait près d'une tonne une fois rempli...
On obtient la même efficacité avec 7 étages de 50 litres (soit 350 litres au total) qu'avec un seul étage de volume plus du double.
Les réacteurs à étage sont donc intéressants sur le plan industriel.