Corrigé exercice 5

UTILISATION DU SOUFRE RADIOACTIF COMME TRACEUR BIOLOGIQUE

Dans cet exercice, on doit transposer les définitions et méthodes vues dans le cours de cinétique chimique au domaine de la radioactivité. En cinétique chimique, on parle de « vitesse de réaction » en $\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}{\cdot}s^{-1}}$; ici, l'énoncé parle d' « activité » radioactive en $\mathrm{désintégrations{\cdot}min^{-1}}$. La « demi-vie » d'un réactif est aussi appelé « période radioactive » pour un radionucléide.

- Soit un échantillon de soufre 38 contenant N_0 atomes à l'instant initial $t = 0$ et N_t atomes à un instant t ultérieur.

L'activité radioactive A_t est définie comme le nombre de désintégrations par unité de temps, donc :

$$A_t = \left(-\frac{\mathrm{d}N_t}{\mathrm{d}t}\right)$$

L'activité radioactive est donc une façon de définir la vitesse de la réaction de désintégration nucléaire $^{38}\mathrm{S} \rightarrow$ produits. Son unité S.I. est le **becquerel** (Bq) : 1 Bq = 1 désintégration par seconde.

On cherche combien vaudra l'activité radioactive au bout d'une certaine durée. Il faut donc obtenir l'équation de A_t en fonction du temps, et pour cela poser et intégrer la loi de vitesse.

Comme à cette réaction est associé un temps de demi-réaction (durée de demi-vie, ou « période radioactive ») présenté comme une **constante**, donc indépendant de la quantité initiale de soufre 38, on en déduit que **la réaction est d'ordre 1**, comme toutes les désintégrations radioactives.
Une réaction d'ordre 1 signifie ici que la vitesse est proportionnelle au nombre de noyaux. L'équation différentielle est donc :

$$A_t = \left(-\frac{\mathrm{d}N_t}{\mathrm{d}t}\right) = kN_t$$

Cette loi s'intègre exactement comme en cours quand il s'agissait de concentration. On obtient la **loi de décroissance radioactive** :

$$N_t = N_0 \cdot \exp(-kt)$$

... soit en activité radioactive :

$$A_t = kN_t = kN_0 \cdot \exp(-kt) = A_0 \cdot \exp(-kt)$$

- Il reste à exprimer k à partir du temps de demi-réaction (durée de demi-vie). En écrivant qu'à $t = \tau$ on a $N_t = \frac{N_0}{2}$, on trouve immédiatement :

$$k = \frac{\ln 2}{\tau}$$

- Conclusion : la loi exprimant l'activité radioactive en fonction du temps et du temps de demi-vie est :

$$A_t = A_0 \cdot \exp\left(-\ln 2 \times \frac{t}{\tau}\right) = \frac{A_0}{2^{\frac{t}{\tau}}}$$

Application numérique :

Au bout de $t_1 = 8$ h, l'activité sera de $A_{t_1} = 6{,}8 \cdot 10^3$ désintégrations/min ; au bout de $t_2 = 24$ h, l'activité sera de $A_{t_2} = 137$ désintégrations/min.

Remarque : N'ayant aucune information sur l'incertitude des données sources, il n'est pas possible d'estimer l'incertitude de ces résultats.